EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ….**041**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$, $B(3,-3)$ și $C(-9,-3)$.

(4p) **a)** Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC.

(4p) **b)** Să se arate că triunghiul ABC este dreptunghic.

(4p) **c)** Să se calculeze aria triunghiului ABC.

(4p) **d)** Să se determine $\cos\left(B\hat{A}C\right)$.

(2p) **e)** Să se calculeze coordonatele mijlocului M al segmentului (BC).

(2p) **f)** Să se determine numerele $a, b \in \mathbf{R}$ astfel încât punctele A şi B să aparțină dreptei de ecuație $x + ay + b = 0$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se rezolve ecuația $\mathbf{C}_n^1 = 2$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(3p) **b)** Să se rezolve ecuația $\log_3(x+1) = 2$, $x \in (-1, \infty)$.

(3p) **c)** Să se calculeze coordonatele vârfului graficului funcției $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2$.

(3p) **d)** Să se determine câte numere de patru cifre distincte se pot forma, folosind cifrele $0, 1, 2, 3$.

(3p) **e)** Pe mulțimea $\mathbf{Z}$ se consideră legea de compoziție asociativă $x \circ y = x + y - 3$. Să se determine elementul neutru al legii.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x(2-x)$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{f(x) - f(2)}{x-2}$.

(3p) **c)** Să se determine punctul de extrem al funcției f.

(3p) **d)** Să se arate că funcția este crescătoare pe intervalul $(-\infty, 1]$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\dfrac{1}{n^2} \cdot f(n) \right)$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinomul $f \in \mathbf{C}[X]$, $f = 4X^3 - 6X^2 + 4X - 1$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbf{C}$.

Se consideră cunoscute formulele $1^2 + 2^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$ şi

$1^3 + 2^3 + ... + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(4p) **a)** Să se arate că $f = (2X - 1)(2X^2 - 2X + 1)$.

(4p) **b)** Să se determine câtul şi restul împărțirii polinomului f la polinomul $2X - 1$.

(4p) **c)** Să se determine rădăcinile complexe, care nu sunt reale, ale polinomului f.

(2p) **d)** Să se calculeze $x_1 + x_2$ şi $x_1 x_2$, unde x_1 şi x_2 sunt rădăcinile complexe nereale ale polinomului f.

(2p) **e)** Să se calculeze $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

(2p) **f)** Utilizând metoda inducției matematice, să se demonstreze egalitatea

$1 + 2 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **g)** Să se demonstreze egalitatea $f(1) + f(2) + ... + f(n) = n^4$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 e^{-x}$.

(4p) **a)** Să se demonstreze că $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se arate că $f'(x) = (2x - x^2) \cdot e^{-x}$, pentru $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se determine punctele de extrem local ale funcției f.

(2p) **d)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

(2p) **e)** Să se calculeze $\lim_{x \to \infty} \frac{f'(x)}{f(x)}$.

(2p) **f)** Utilizând metoda integrării prin părți, să se calculeze $I_n = \int_0^n f(x)dx$, pentru $n \in \mathbf{N}$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\lim_{n \to \infty} I_n$.